

2013

ОПТИМИЗИЦИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ПРОЦЕССОВ

Кафедра «Прикладная математика и
системный анализ»

Тема: ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ПРОЦЕССОВ

Задание: Описать производственный процесс. Для каждой из трёх задач: ОПТИМАЛЬНЫЙ ПЛАН ПРОИЗВОДСТВА, РАСПРЕДЕЛЕНИЕ РЕСУРСОВ ПО ПОТРЕБИТЕЛЯМ и ДИНАМИЧЕСКОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ РЕСУРСОВ ПО ОТРАСЛЯМ составить математические модели, выполнить расчёты с использованием приложения MathCAD, произвести интерпретацию полученных результатов и составить отчёт. Результаты представить в двух видах: отчет в формате документа .doc и три документа MathCAD.

Выполнил студент группы САУП-21 И.И.Иванов
Проверил доцент кафедры ПМ и СА П.Б.Федоров

17.06.2013



СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ. Основы производственного процесса.....	3
ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ	
Оптимальный план производства.....	10
Распределение ресурсов по потребителям.....	14
Динамическое распределение ресурсов по отраслям.....	20
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	37
Список использованных источников.....	38

ВВЕДЕНИЕ

ОАО АКБ "Пробизнесбанк" является участником Финансовой Группы Лайф. Банк был основан в 7 июля 1993 года для обслуживания производственных компаний (промышленных предприятий химической, пищевой, перерабатывающей отраслей промышленности, высоких технологий, связи, жилищного строительства, транспорта и оптовой торговли) и стимулирования развития предприятий рыночного сектора экономики.

Руководство банка избрало направление развития как традиционный коммерческий банк – независимый от политических партий и движений, государственных и управленческих структур. Благодаря стабильной и профессиональной работе Пробизнесбанк хорошо известен в международном финансовом сообществе. Традиционными для банка являются кредитные программы, направленные на развитие бизнеса.

Пробизнесбанк – надежный и долгосрочный партнер для наших клиентов. Помимо Генеральной лицензии Банка России на осуществление банковских операций и лицензии на привлечение во вклады и размещение драгоценных металлов, Пробизнесбанк владеет лицензиями на осуществление брокерской, дилерской, депозитарной деятельности и деятельности по управлению ценными бумагами. Пробизнесбанк имеет также право выступать в качестве гаранта перед таможенными органами.

1994 год

Пробизнесбанк реорганизован в Коммерческий банк (Общество с ограниченной ответственностью). В этом же году Аудитором банка стала крупнейшая аудиторская компания Coopers & Lybrand (ныне PricewaterhouseCoopers).

1995 год

Банк получил Генеральную лицензию № 2412 и начало активных операций на корпоративном рынке. Первый международный аудит банка компанией Coopers & Lybrand. С 1995 года Пробизнесбанк ежегодно формирует отчетность в соответствии с Международными стандартами финансовой отчетности (МСФО).

1996 год

Банк вошел в первую десятку наиболее развивающихся банков России, а по основным показателям – в число 40 крупнейших финансовых институтов страны. Банк является участником программ, финансируемых Всемирным Банком и Европейским банком реконструкции и развития. Аккредитация в Программе развития финансовых учреждений (ПРФУ) и Программе поддержки предприятия (ПИП). Начало активных операций по долгосрочному кредитованию, направленному на финансирование капитальных затрат. Участие

ОПТИМИЗИЦИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ПРОЦЕССОВ

в государственных инвестиционных программах Минфина РФ и Правительства Москвы, Министерства труда и социального развития, Государственного комитета по развитию Севера. В рамках федеральной программы банк успешно осуществляет кредитование под гарантии Министерства финансов РФ таких клиентов как Министерство строительства РФ, Министерство топливной энергетики РФ, Роскоммаш. Банк начал активно работать на российском и международном финансовых рынках. Вступил в Международное общество финансовых телекоммуникаций (SWIFT) и стал первым российским банком, перешедшим на работу с новым усовершенствованным программным комплексом SWIFT Alliance Entry. Вступление в Reuters. Банк переводит процесс внутрибанковского документооборота на безбумажную форму при помощи пакета программ IBM Lotus Notes.

1997 год

Авторитетное Европейское рейтинговое агентство Fitch-IBCA впервые присвоило Пробизнесбанку полный международный кредитный рейтинг. В докладе о финансовом положении банка, предоставленном Fitch в августе 1997 года, указывается: "Пробизнесбанк по прекрасным результатам деятельности можно считать одним из наиболее прибыльных российских банков...". Активное развитие программы кредитования на приобретение автомобиля и торгового финансирования. Сотрудничество с Инвестиционным фондом "США-Россия" по программам кредитования малого и среднего бизнеса.

1998 год

С целью укрепления и расширения собственной капитальной базы Пробизнесбанк изменил свой юридический статус. Банк перерегистрирован из ООО в ОАО. В этом году Пробизнесбанк установил корреспондентские отношения с банками Беларуси, Казахстана, Украины, Узбекистана, а также Австрии, Бельгии, Германии, Индии, Кипра, Люксембурга, США, Швейцарии. В результате взвешенной политики руководства банка в области ликвидности во время кризиса 1998 года банк перевел практически все активы, размещенные на межбанковском рынке и вложенные в долговые обязательства сторонних эмитентов, в кассовые активы и остатки на корреспондентских счетах в ЦБ РФ и в финансовую устойчивость банков-резидентов. Международные кредитные линии American Express и TUSRIF не были закрыты в период кризиса. Таким образом, банк успешно преодолел кризис и существенно увеличил клиентскую базу: было открыто около 900 новых счетов. Достижение этого показателя стало возможным благодаря повышению качества расчетно-кассового обслуживания клиентов, исключению случаев задержки платежей и расширению спектра банковских услуг. Пробизнесбанк – один из трех российских банков, преодолевших кризис, сохранив при этом положительный капитал, рассчитанный по международным стандартам бухгалтерского учета (данные диагностического обследования, проведенного Всемирным Банком осенью

ОПТИМИЗИЦИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ПРОЦЕССОВ

1998 года). В 1998 году Пробизнесбанк – лидер рынка кредитования на приобретение автомобилей.

1999 год

В силу успешных решений руководства банка разрабатывались и внедрялись новые финансовые инструменты – лизинговые и факторинговые операции, банковские гарантии. В июле 1999 года Пробизнесбанк выступил кредитором в синдицированном предэкспортном финансировании крупнейшего металлургического мероприятия ОАО "Северсталь", банком-организатором синдиката выступил Standard Bank London Limited. В этом году была начата работа на рынке услуг для финансовых институтов, а также процесс по изменению бизнес-процессов (программа реинжиниринга).

2000 год

Банк признан в качестве пилотного по переходу российской банковской системы на международные стандарты отчетности. Сергей Леонтьев, Президент Пробизнесбанка, возглавил комитет Ассоциации Российских банков по реструктуризации банковского сектора. Пробизнесбанк запустил программу ипотечного кредитования.

2001 год

Международная финансовая корпорация (International Finance Corporation, IFC) инвестировала в капитал Пробизнесбанка 5 млн USD в виде субординированного конвертируемого в акции банка займа. Данная сделка – первая инвестиция крупнейшего международного финансового института в российский коммерческий банк после кризиса 1998 года.

2002 год

Пробизнесбанк – единственный московский банк, участвующий в программе Мирового Банка по долгосрочному кредитованию предприятий (Программа поддержки предприятий). Подписано генеральное соглашение о сотрудничестве с Черноморским банком развития и торговли (кредитная линия в размере 5 млн USD), банк выступил в качестве финансового посредника Программы торгового финансирования, реализуемой в России этим банком. Президент Пробизнесбанка Сергей Леонтьев сделал доклад о работе Российско-Американского банковского диалога на встрече президентов Путина и Буша. Открывается отделение "ЦМТ" в Центре международной торговли на Краснопресненской набережной.

2003 год

В рамках заявленной стратегии в 2003 году Пробизнесбанк приступил к формированию цельной и гибкой холдинговой структуры горизонтального типа с участием крупных региональных банков. В январе 2003 года Пробизнесбанк приобрел контрольный пакет акций (94,5%) ВУЗ-банка (Екатеринбург). Целью данного проекта стало формирование универсального финансового института в Екатеринбурге, предлагающего уникальный продуктовый ряд и

ОПТИМИЗИЦИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ПРОЦЕССОВ

международный уровень сервиса на всех сегментах банковского рынка. Реализация проекта позволила предложить ряд новых кредитных продуктов для корпоративного сектора, значительно увеличить долю ВУЗ-банка на рынке розничных банковских услуг за счет предложения максимально доступного пакета продуктов и услуг для населения. Результатом данной сделки для Пробизнесбанка стало расширение географии бизнеса в одном из самых динамично развивающихся регионов России. Европейский банк реконструкции и развития предоставил Пробизнесбанку конвертируемый субординированный займ. Кроме того, в конце августа 2003 года ЕБРР открыл банку кредитную линию на 10 млн USD для финансирования экспортно-импортных операций клиентов в рамках программы Trade Facilitation Program.

2004 год

Банку удалось поднять рентабельность активов Группы до 3-5%, несмотря на кризис доверия лета 2004 года. Этот год стал для банков Группы годом выстраивания новой стратегии развития и бизнес-модели, основанной на сервисе. В этом году были заложены основы новой стратегической позиции, были выстроены операционные процессы, пополнился продуктовый ряд, началось обучение персонала в части "сервисного" поведения. В 2004 году в Группу вошел ЗАО АКБ "Экспресс-Волга".

2005 год

Летом 2005 года Пробизнесбанк успешно запустил программу по размещению долговых ценных бумаг на международном рынке. Программа рассчитана на 100 млн USD. Организатор программы – компания VCP Securities, США. Стоит отметить, что Пробизнесбанк осуществляет все расчетные операции, как по поручениям банков-партнеров, так и поручениям их клиентов, с использованием имеющейся корреспондентской сети. В настоящее время корреспондентская сеть банка насчитывает более 200 иностранных кредитных организаций и около 100 российских банков. 2005 год стал прорывным для розничного бизнеса, число выданных населению кредитов выросло в 20 раз. Во втором полугодии банки Финансовой Группы выдавали до 6 000 кредитов в месяц, в то время как в начале года их было 300. Малый и средний бизнес закрепил за собой принцип портфельного управления бизнесом, когда за каждым сегментом закрепляется отдельный менеджер. В банке продолжились процессы по повышению уровня сервиса.

2006 год

Год, прошедший для Финансовой Группы под брендом Лайф. Начался важный для всех банков Группы процесс брендинга. Были разработаны и приняты ценности Лайф. Группа находится в рейтинге Top-40 российских банков. В начале ноября 2006 года банк провел частное размещение (private placement), продав доп.эмиссию объемом 34,5% за 122 млн USD. В декабре 2006 года Пробизнесбанк завершил сделку по привлечению кредита в размере 10 млн

ОПТИМИЗИЦИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ПРОЦЕССОВ

USD сроком на пять лет. Кредитором по сделке выступил Европейский банк реконструкции и развития. Полученные в результате сделки средства направлены на кредитование клиентов банка – предприятия малого и среднего бизнеса. В декабре 2006 года завершилась сделка по увеличению доли участия Пробизнесбанка в Ивановском областном банке до 100%. ООО "Ивановский областной банк" вошел в Финансовую Группу Лайф. В декабре 2006 года международное рейтинговое агентство Fitch Ratings подтвердило долгосрочный национальный рейтинг Пробизнесбанка на уровне "BB+(rus)". Прогноз по долгосрочному рейтингу подтвержден как "Стабильный". В 2006 году банк вошел в число общих расчетных форм FORTS – участников клиринга.

2007 год

22 марта 2007 года состоялся дебют Пробизнесбанка на Лондонской фондовой бирже с программой выпуска нот участия в займе на общую сумму 750 млн USD. С 21 мая 2007 года частные клиенты Пробизнесбанка получили возможность торговать на мировом рынке валют Forex без посредников через интернет-диллинговую систему ForexMarketGates. Система Пробизнесбанка электронный банк признана одной из лучших в России, согласно рейтингу журнала "Финанс". Пробизнесбанк стал победителем общероссийской национальной премии в области финансов и страхования "Финансовая Россия", став лауреатом в номинации "Лучший банк Центрального Федерального округа России ? 2007 по обслуживанию корпоративных клиентов". Пробизнесбанк уже второй год признан одним из лучших клиентских банков по итогам "Народного рейтинга".

2008 год

Несмотря на новую экономическую ситуацию, 2008 год был достаточно успешным для Пробизнесбанка. По данным рейтинга журнала "Финанс", Пробизнесбанк занял второе место по предложению кредитных карт в России. Акционерами Финансовой Группы Лайф и ОАО "Пробизнесбанк" было принято решение выделить факторинговое направление в отдельный бизнес ? Факторинговую Компанию Лайф . Финансовая Группа Лайф вошла в Зал Славы Сбалансированной системы показателей за достижения в области реализации стратегии (Balanced Scorecard Hall of Fame for executing strategy, BSC) компании Palladium. Финансовая Группа Лайф стала первой российской компанией, удостоенной этой чести. Существующий с 1998 года Зал Славы Системы сбалансированных показателей сегодня включает 106 компаний, среди которых BMW Financial Services, Canon, Chrysler, Hilton, HSBC, Dupont, LG-Philips, Motorola, Nordea, Siemens и многие другие.

В непростых экономических условиях Пробизнесбанк увеличил свой капитал, разместив обыкновенные акции в рамках ранее зарегистрированной ЦБ РФ эмиссии обыкновенных акций в пользу East Capital Financial Institutions Fund AB. Сумма размещения составила 375 млн рублей. Одновременно East Capital

ОПТИМИЗИЦИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ПРОЦЕССОВ

предоставил Пробизнесбанку субординированный кредит на сумму 625 млн рублей сроком на 5 лет. Пробизнесбанк вошел в список 122 банков, допущенных к аукционам беззалоговых кредитов, в результате чего ЦБ открыл банку лимит на получение беззалоговых кредитов на 3,5 млрд рублей. В ноябре в Финансовую Группу Лайф вошел ОАО "Газэнергобанк", а в декабре ОАО "Банк24.ру".

2009 год

В 2009 году ОАО АКБ "Пробизнесбанк", несмотря на нестабильную экономическую ситуацию, продолжал развитие бизнеса по всем направлениям. Банк активно осваивал новые регионы, одновременно расширяя перечень продуктов и услуг для физических и юридических лиц и внедряя передовые технологии дистанционного обслуживания. По итогам 2009 года ОАО АКБ "Пробизнесбанк" открыл 16 кредитно-кассовых и операционных офисов, приобрел аппаратный комплекс обновленной версии системы интернет-банкинга Interbank RS.

В течение 2009 года происходил активный процесс интеграции приобретенных Банком ОАО "Банк24.ру" и ОАО "Газэнергобанк". Процедуры оздоровления позволили saniруемым банкам к осени 2009 года выйти в прибыльную зону.

В январе 2009 года Банк увеличил долю в уставном капитале ОАО "Банк24.ру" с 20% до 99,5%, а в уставном капитале ОАО "Газэнергобанк" – с 19,79% до 99,99%. Таким образом, в начале 2009 года были завершены сделки по приобретению обоих saniруемых банков в рамках соглашения между Банком и Агентством по страхованию вкладов (АСВ).

В мае ОАО АКБ "Пробизнесбанк" завершил дополнительную эмиссию обыкновенных акций банка объемом 291 328 штук номиналом 1000 рублей. Цена размещения составила 2145 рублей за акцию, дополнительная эмиссия проводилась по закрытой подписке и была размещена в пользу шведского фонда East Capital Financials Fund AB. В ходе дополнительной эмиссии доля вышеуказанного шведского фонда в уставном капитале Банка увеличилась с 12,52% до 19,93%. Также в мае 2009 года ОАО АКБ "Пробизнесбанк" получил аккредитацию при АСВ, которая позволило Банку участвовать в конкурсах по отбору банков-агентов, через которые АСВ выплачивает страховое возмещение кредиторам первой очереди при наступлении страхового случая.

2010 год

2010 год был подъемным годом и для российской экономики, и для финансово-банковской системы. Для ОАО АКБ "Пробизнесбанка" он сложился удачно.

По результатам 2010 года активы Пробизнесбанка составили 81,73 млрд руб., чистая прибыль превысила 1 млрд руб., причиной этому служит постепенное восстановление российской экономики после финансового кризиса

ОПТИМИЗИЦИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ПРОЦЕССОВ

2008 года. Банк за год улучшил позиции на 30 пунктов по размеру собственного капитала, он составил 7,23 млрд руб., кроме того, Пробизнесбанк попал в ТОП-50 крупнейших российских банков по размеру активов в рейтинге журнала Forbes.

2011 год

В 2011 году Пробизнесбанк активно развивался, была значительно расширена сеть присутствия банка, открыты новые офисы в Сарапуле, Коврове, Кондопоге, Переславле-Залесском, Уфе, Ижевске, Рязани, Можге, Костомукше, Волжске, Скопине, Валдае, Черняховске, Елабуге, Чистополе, Нефтекамске, Канаше, Рыльске, Альметьевске и других городах России.

Много внимания уделялось развитию сервиса и дистанционных каналов обслуживания клиентов как для физических, так и для юридических лиц. Важнейшими событиями года стали успешные досрочные завершения санации Банка24.ру (Екатеринбург) и Газэнергобанка (Калуга).

ОПТИМИЗИЦИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ПРОЦЕССОВ

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

Задача №1

ОПТИМАЛЬНЫЙ ПЛАН ПРОИЗВОДСТВА

Для изготовления двух видов изделий предприятие расходует за час в качестве сырья марганец кремний и медь. Исходные данные приведены в таблице:

Виды ресурсов	Объём ресурсов (г)	Нормы расхода на одно изделие (г/шт.)	
		1 изделие	2 изделие
Марганец	120	10	6
Кремний	65	2,5	5
Медь	560	40	30
Прибыль (руб./шт.)	-	40	50

Составить оптимальный план выпуска продукции из условия максимума прибыли.

РЕШЕНИЕ

Математическая модель задачи

Целевая функция: $F = 40x_1 + 50x_2$

Система ограничений:

$$10x_1 + 6x_2 \leq 120$$

$$2,5x_1 + 5x_2 \leq 65$$

$$40x_1 + 30x_2 \leq 560$$

Условия неотрицательности:

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0$$

Расчеты

(изображение документа MathCAD)

**Математическая модель
поиска максимума целевой функции
с системой ограничений.**

Аналитическое и графическое решение

Целевая функция $F(x_1, x_2) := 40x_1 + 50 \cdot x_2$

Начальные значения задаются равными нулю $x_1 := 0$ $x_2 := 0$

Given

Условие неотрицательности $x_1 \geq 0$ $x_2 \geq 0$

Система ограничений (составляется своя для каждой задачи)

$$10x_1 + 6x_2 \leq 120$$

$$2.5x_1 + 5 \cdot x_2 \leq 65$$

$$40x_1 + 30x_2 \leq 560$$

ОПТИМИЗИЦИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ПРОЦЕССОВ

Ограничения на минимум

$$x1 \geq -1000$$

$$x2 \geq -1000$$

$$x_0 := \text{Maximize}(F, x1, x2)$$

Ограничение на максимум

$$x1 \leq 1000$$

$$x2 \leq 1000$$

Оптимальное решение

$$x_0 = \begin{pmatrix} 6 \\ 10 \end{pmatrix}$$

Максимум функции

$$F(x_{00}, x_{01}) = 740$$

Функции системы ограничений (для получения $f1(x1)$ выразить $x2$ через $x1$)

$$f1(x1) := \frac{(120 - 10x1)}{6}$$

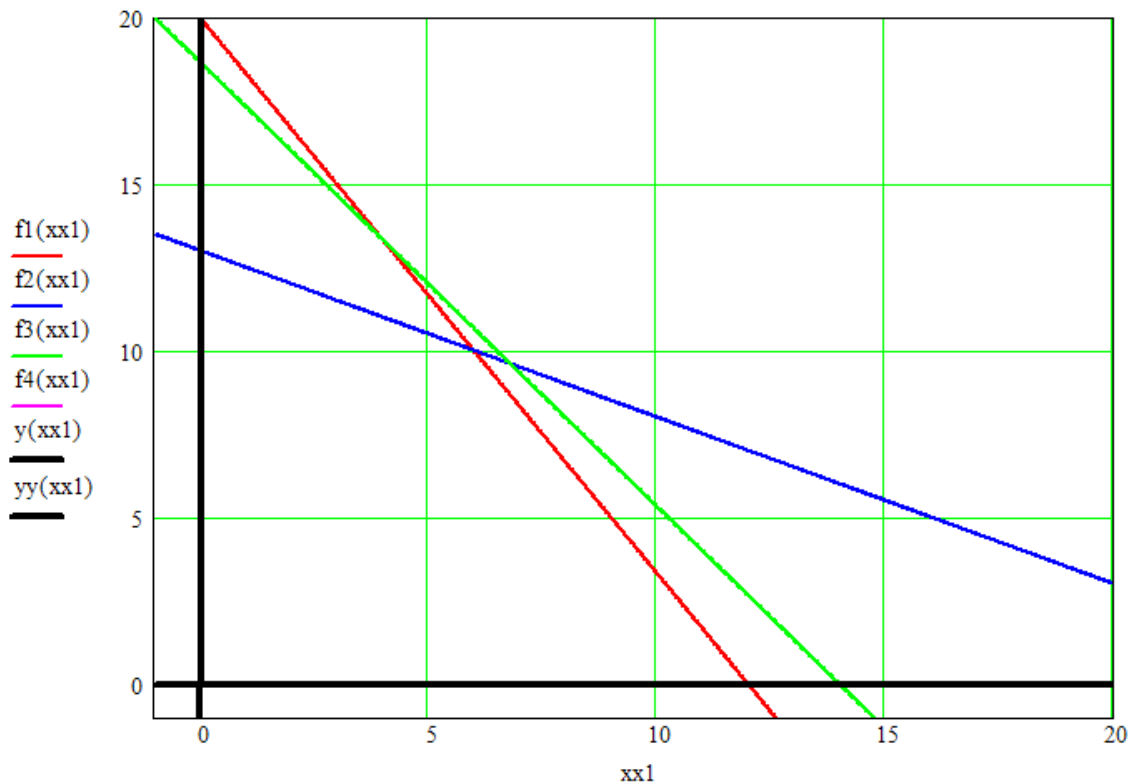
$$f2(x1) := \frac{(65 - 2.5x1)}{5}$$

$$f3(x1) := \frac{(560 - 40x1)}{30}$$

$$f4(x1) := 0$$

Ось ординат $y(x1) := 10000000000 \cdot x1$

Ось абсцисс $y(x1) := 0$



Примечание: в Матрице А строки соответствуют коэффициентам ограничения

1 и 2 ограничения $A := \begin{pmatrix} 10 & 6 \\ 2.5 & 5 \end{pmatrix}$ $B := \begin{pmatrix} 120 \\ 65 \end{pmatrix}$ $X := A^{-1} \cdot B$ $X = \begin{pmatrix} 6 \\ 10 \end{pmatrix}$ $F(X_0, X_1) = 740$

2 ограничение и ось у $A := \begin{pmatrix} 2.5 & 5 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ $B := \begin{pmatrix} 65 \\ 0 \end{pmatrix}$ $X := A^{-1} \cdot B$ $X = \begin{pmatrix} 0 \\ 13 \end{pmatrix}$ $F(X_0, X_1) = 650$

1 ограничение и ось х $A := \begin{pmatrix} 10 & 6 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ $B := \begin{pmatrix} 120 \\ 0 \end{pmatrix}$ $X := A^{-1} \cdot B$ $X = \begin{pmatrix} 12 \\ 0 \end{pmatrix}$ $F(X_0, X_1) = 480$

Интерпретация результатов

1. Для достижения максимальной прибыли в 740 рублей за час необходимо выпускать 6 штук 1 изделия и 10 штук второго изделия.
2. Из первого ограничения $10x_1 + 6x_2 \leq 120$ следует:
 $10 * 6 + 6 * 10 = 120 \leq 120$. Значит, первый вид сырья расходуется полностью.
3. Из второго ограничения $2,5x_1 + 5x_2 \leq 65$ следует:
 $2,5 * 6 + 5 * 10 = 65 \leq 65$. Значит, второй вид сырья расходуется полностью.
4. Из третьего ограничения $40x_1 + 30x_2 \leq 500$ следует:
 $40 * 6 + 30 * 10 = 540 \leq 560$. Значит, третий вид сырья расходуется не полностью, т.е. меди останется 20 грамм.

ОПТИМИЗИЦИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ПРОЦЕССОВ

Задача №2

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ РЕСУРСОВ ПО ПОТРЕБИТЕЛЯМ

Распределить 3 сорта топлива, имеющегося в количествах 60, 70 и 50 тонн, между 4 агрегатами, потребности которых в топливе 40, 30, 20 и 50 тонн соответственно.

Задана матрица теплотворной способности каждого сорта топлива на каждом агрегате:

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 5 & 1 \\ 2 & 3 & 9 & 4 \\ 8 & 4 & 2 & 5 \end{pmatrix}.$$

Найти оптимальное распределение топлива между агрегатами, при котором будет достигнуто максимальное количество тепла.

РЕШЕНИЕ

Математическая модель задачи

Сумма ресурсов 180 т. больше суммы потребностей в 140 т. значит добавляется 1 фиктивный агрегат с потребностью в 40 тонн и матрица C будет выглядеть так:

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 5 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 9 & 4 & 0 \\ 8 & 4 & 2 & 5 & 0 \end{pmatrix}$$

Таблица исходных данных и неизвестных

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5^{Φ}	Ресурсы
A_1	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	60
A_2	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	70
A_3	X_{11}	X_{12}	X_{13}	X_{14}	X_{15}	50
Потребности	40	30	20	50	40	Сумма 180

Целевая функция:

$$F = 2x_1 + 4x_2 + 5x_3 + x_4 + \\ 2x_6 + 3x_7 + 9x_8 + 4x_9 + \\ 8x_{11} + 4x_{12} + 2x_{13} + 5x_{14} \text{ (max)}$$

Система ограничений:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 60 \\ x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} = 70 \\ x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} = 50 \\ x_1 + x_6 + x_{11} = 40 \\ x_2 + x_7 + x_{12} = 30 \\ x_3 + x_8 + x_{13} = 20 \\ x_4 + x_9 + x_{14} = 50 \\ x_5 + x_{10} + x_{15} = 40$$

Условия неотрицательности:

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0, \quad x_4 \geq 0, \quad x_5 \geq 0, \quad x_6 \geq 0, \quad x_7 \geq 0, \\ x_8 \geq 0, \quad x_9 \geq 0, \quad x_{10} \geq 0, \quad x_{11} \geq 0, \quad x_{12} \geq 0, \\ x_{13} \geq 0, \quad x_{14} \geq 0, \quad x_{15} \geq 0.$$

Расчеты

(изображение документа MathCAD)

+ РАСПРЕДЕЛИТЕЛЬНАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ МАКСИМУМА

Максимальное число ресурсов и потребностей (строк и столбцов матрицы стоимости):

Исходные данные:

max := 6

Количество ресурсов: $m := 3$

Количество потребностей: $n := 4$

$$\begin{array}{l}
 \text{Ресурсы: } A := \begin{pmatrix} 60 \\ 70 \\ 50 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\
 \text{Потребности: } B := \begin{pmatrix} 40 \\ 30 \\ 20 \\ 50 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\
 \text{Матрица стоимости распределения: } C := \begin{pmatrix} 2 & 4 & 5 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 9 & 4 & 0 & 0 \\ 8 & 4 & 2 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}
 \end{array}$$

РЕШЕНИЕ:

$$\text{Сумма ресурсов: } SA := \sum_{i=0}^{m-1} A_i \quad SA = 180 \quad \text{Сумма потребностей: } SB := \sum_{i=0}^{n-1} B_i \quad SB = 140$$

$$\text{Проверка на открытую или закрытую модель: } R := 0 \quad R := \text{if}(SA > SB, SA - SB, SB - SA) \quad R = 40$$

$$\text{text} := \text{if}(R = 0, "close", "open")$$

$$\text{text} = "open"$$

$$A_m := \text{if}(SA < SB, R, 0) \quad k := m + 1$$

$$B_n := \text{if}(SA > SB, R, 0) \quad kk := n + 1$$

$$\text{Приведение к закрытой модели: } mm := \text{if}(SA < SB, k, k - 1)$$

$$nn := \text{if}(SA > SB, k, k - 1)$$

$$mm = 3$$

$$nn = 4$$

$$A = \begin{pmatrix} 60 \\ 70 \\ 50 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 40 \\ 30 \\ 20 \\ 50 \\ 40 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{Целевая функция (ЦИФРА означает номер строки)}$$

$$F1(x1, x2, x3, x4, x5, x6) := C_{0,0} \cdot x1 + C_{0,1} \cdot x2 + C_{0,2} \cdot x3 + C_{0,3} \cdot x4 + C_{0,4} \cdot x5 + C_{0,5} \cdot x6$$

$$F2(x7, x8, x9, x10, x11, x12) := C_{1,0} \cdot x7 + C_{1,1} \cdot x8 + C_{1,2} \cdot x9 + C_{1,3} \cdot x10 + C_{1,4} \cdot x11 + C_{1,5} \cdot x12$$

$$F3(x13, x14, x15, x16, x17, x18) := C_{2,0} \cdot x13 + C_{2,1} \cdot x14 + C_{2,2} \cdot x15 + C_{2,3} \cdot x16 + C_{2,4} \cdot x17 + C_{2,5} \cdot x18$$

$$F4(x19, x20, x21, x22, x23, x24) := C_{3,0} \cdot x19 + C_{3,1} \cdot x20 + C_{3,2} \cdot x21 + C_{3,3} \cdot x22 + C_{3,4} \cdot x23 + C_{3,5} \cdot x24$$

$$F5(x25, x26, x27, x28, x29, x30) := C_{4,0} \cdot x25 + C_{4,1} \cdot x26 + C_{4,2} \cdot x27 + C_{4,3} \cdot x28 + C_{4,4} \cdot x29 + C_{4,5} \cdot x30$$

$$F6(x31, x32, x33, x34, x35, x36) := C_{5,0} \cdot x31 + C_{5,1} \cdot x32 + C_{5,2} \cdot x33 + C_{5,3} \cdot x34 + C_{5,4} \cdot x35 + C_{5,5} \cdot x36$$

Целевая функция (окончательный вид)

$$F(x1, x2, x3, x4, x5, x6, x7, x8, x9, x10, x11, x12, x13, x14, x15, x16, x17, x18, x19, x20, x21, x22, x23, x24, x25, x26,$$

$$i := 0.. \max - 1$$

Начальные значения задаются равными нулю

$$\begin{aligned} x1 := 0 \quad x2 := 0 \quad x3 := 0 \quad x4 := 0 \quad x5 := 0 \quad x6 := 0 \quad x7 := 0 \quad x8 := 0 \quad x9 := 0 \quad x10 := 0 \quad x11 := 0 \quad x12 := 0 \\ x13 := 0 \quad x14 := 0 \quad x15 := 0 \quad x16 := 0 \quad x17 := 0 \quad x18 := 0 \quad x19 := 0 \quad x20 := 0 \quad x21 := 0 \quad x22 := 0 \quad x23 := 0 \\ x24 := 0 \quad x25 := 0 \quad x26 := 0 \quad x27 := 0 \quad x28 := 0 \quad x29 := 0 \quad x30 := 0 \quad x31 := 0 \quad x32 := 0 \quad x33 := 0 \quad x34 := 0 \\ x35 := 0 \quad x36 := 0 \end{aligned}$$

ОПТИМИЗИЦИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ПРОЦЕССОВ

$$i := 0.. \max - 1$$

Начальные значения задаются равными нулю

$$\begin{aligned} x1 := 0 \quad x2 := 0 \quad x3 := 0 \quad x4 := 0 \quad x5 := 0 \quad x6 := 0 \quad x7 := 0 \quad x8 := 0 \quad x9 := 0 \quad x10 := 0 \quad x11 := 0 \quad x12 := 0 \\ x13 := 0 \quad x14 := 0 \quad x15 := 0 \quad x16 := 0 \quad x17 := 0 \quad x18 := 0 \quad x19 := 0 \quad x20 := 0 \quad x21 := 0 \quad x22 := 0 \quad x23 := 0 \\ x24 := 0 \quad x25 := 0 \quad x26 := 0 \quad x27 := 0 \quad x28 := 0 \quad x29 := 0 \quad x30 := 0 \quad x31 := 0 \quad x32 := 0 \quad x33 := 0 \quad x34 := 0 \\ x35 := 0 \quad x36 := 0 \end{aligned}$$

Given

Условие неотрицательности

$$\begin{aligned} x1 \geq 0 \quad x2 \geq 0 \quad x3 \geq 0 \quad x4 \geq 0 \quad x5 \geq 0 \quad x6 \geq 0 \quad x7 \geq 0 \\ x8 \geq 0 \quad x9 \geq 0 \quad x10 \geq 0 \quad x11 \geq 0 \quad x12 \geq 0 \quad x13 \geq 0 \quad x14 \geq 0 \quad x15 \geq 0 \quad x16 \geq 0 \quad x17 \geq 0 \quad x18 \geq 0 \\ x19 \geq 0 \quad x20 \geq 0 \quad x21 \geq 0 \quad x22 \geq 0 \quad x23 \geq 0 \quad x24 \geq 0 \quad x25 \geq 0 \quad x26 \geq 0 \quad x27 \geq 0 \quad x28 \geq 0 \quad x29 \geq 0 \\ x30 \geq 0 \quad x31 \geq 0 \quad x32 \geq 0 \quad x33 \geq 0 \quad x34 \geq 0 \quad x35 \geq 0 \quad x36 \geq 0 \end{aligned}$$

Система ограничений

$x1 + x2 + x3 + x4 + x5 + x6 = A_0$	$x1 + x7 + x13 + x19 + x25 + x31 = B_0$
$x7 + x8 + x9 + x10 + x11 + x12 = A_1$	$x2 + x8 + x14 + x20 + x26 + x32 = B_1$
$x13 + x14 + x15 + x16 + x17 + x18 = A_2$	$x3 + x9 + x15 + x21 + x27 + x33 = B_2$
$x19 + x20 + x21 + x22 + x23 + x24 = A_3$	$x4 + x10 + x16 + x22 + x28 + x34 = B_3$
$x25 + x26 + x27 + x28 + x29 + x30 = A_4$	$x5 + x11 + x17 + x23 + x29 + x35 = B_4$
$x31 + x32 + x33 + x34 + x35 + x36 = A_4$	$x6 + x12 + x18 + x24 + x30 + x36 = B_5$

$$x_0 := \text{Maximize}(F, x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{14}, x_{15}, x_{16}, x_{17}, x_{18}, x_{19}, x_{20}, x_{21}, x_{22}, x_{23},$$

$$x_{24}, x_{25}, x_{26}, x_{27}, x_{28}, x_{29}, x_{30}, x_{31}, x_{32}, x_{33}, x_{34}, x_{35}, x_{36})$$

$$x_{01} := x_0 \quad x_{02} := x_{0+\max} \quad x_{03} := x_{0+2-\max} \quad x_{04} := x_{0+3-\max} \quad x_{05} := x_{0+4-\max} \quad x_{06} := x_{0+5-\max}$$

$$x_{01\text{stroka}} := x_{01}^T \quad x_{02\text{stroka}} := x_{02}^T \quad x_{03\text{stroka}} := x_{03}^T$$

$$x_{04\text{stroka}} := x_{04}^T \quad x_{05\text{stroka}} := x_{05}^T \quad x_{06\text{stroka}} := x_{06}^T$$

$$x_{01\text{stroka}} = (0 \ 30 \ 0 \ 0 \ 30 \ 0)$$

$$x_{02\text{stroka}} = (0 \ 0 \ 20 \ 40 \ 10 \ 0)$$

$$x_{03\text{stroka}} = (40 \ 0 \ 0 \ 10 \ 0 \ 0)$$

$$x_{04\text{stroka}} = (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)$$

$$x_{05\text{stroka}} = (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)$$

$$x_{06\text{stroka}} = (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)$$

Оптимальное решение

$$F_{\max} := F(x_{00}, x_{01}, x_{02}, x_{03}, x_{04}, x_{05}, x_{06}, x_{07}, x_{08}, x_{09}, x_{010}, x_{011}, x_{012}, x_{013}, x_{014}, x_{015}, x_{016}, x_{017}, x_{018}, x_{019},$$

МАКСИМУМ функции

$$F_{\max} = 830$$

Интерпретация результатов

1. Для достижения максимального количества тепла в 830 Дж. Необходимо: 1 сорт топлива направить на 2 агрегат в количестве 30 т., 2 сорт топлива направить на 3 агрегат в количестве 20 т. и на 4 агрегат количестве 40 т., 3 сорт топлива направить на 1 агрегат в количестве 40 т. и на 4 агрегат количестве 10 т.
2. В связи с нехваткой потребителей останется неиспользованными: 1 сорт топлива в количестве 30 т. и 2 сорт топлива в количестве 10 т. (см. столбец фиктивного потребителя)

Задача №3

ДИНАМИЧЕСКОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ РЕСУРСОВ ПО ОТРАСЛЯМ

Распределить ресурсы на сумму в 5 млн. рублей между четырьмя отраслями. Функции дохода в рублях на 1 рубль инвестиций приведены в таблице:

Объемы ресурса x	0	1	2	3	4	5
Функция дохода для 1 отрасли $\varphi_1(x)$	0	0.2	0.3	0.4	0.5	0.65
Функция дохода для 2 отрасли $\varphi_2(x)$	0	0.15	0.4	0.45	0.55	0.6
Функция дохода для 3 отрасли $\varphi_3(x)$	0	0.15	0.25	0.4	0.45	0.55
Функция дохода для 4 отрасли $\varphi_4(x)$	0	0.25	0.38	0.4	0.55	0.65

РЕШЕНИЕ

Математическая модель задачи

Решение задачи разбивается на 4 шага по количеству отраслям.

На 1 шаге все ресурсы распределяются в 1 отрасль и функция дохода на этом шаге: $f_1(x) = \varphi_1(x)$.

На 2 шаге все ресурсы распределяются в 1 и 2 отрасль и функция дохода на этом шаге: $f_2(x) = \max\{\varphi_2(x_2) + f_1(x - x_2)\}$,

где x_2 меняется от 0 до x при значении $x = 0, 1, 2, 3, 4$ и 5 .

На 3 шаге все ресурсы распределяются в 1, 2 и 3 отрасль и функция дохода на этом шаге: $f_3(x) = \max\{\varphi_3(x_3) + f_2(x - x_3)\}$,

где x_3 меняется от 0 до x при значении $x = 0, 1, 2, 3, 4$ и 5 .

На 4 шаге все ресурсы распределяются в 1, 2, 3 и 4 отрасль и функция дохода на этом шаге: $f_4(x) = \max\{\varphi_4(x_4) + f_3(x - x_4)\}$,

где x_4 меняется от 0 до x при значении $x = 0, 1, 2, 3, 4$ и 5 .

Расчеты

(изображение документа MathCAD)

ДИНАМИЧЕСКОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ РЕСУРСОВ ПО ОТРАСЛЯМ для максимума

Количество отраслей: $m := 4$

Объём ресурсов: $n := 5$ **Млн. рублей**

Примечание: размерность ресурсов набирать в зависимости от конкретной задачи

РЕШЕНИЕ:

Исходная
матрица
вариантов
значений
ресурсов:

$$X := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}$$

Матрица
доходов от
использования
ресурсов 1
строка
соответствует
первой отрасли,
2 строка –
второй отрасли
и т.д.:

$$C := \begin{pmatrix} 0 & 0.20 & 0.30 & 0.40 & 0.50 & 0.65 \\ 0 & 0.15 & 0.40 & 0.45 & 0.55 & 0.60 \\ 0 & 0.15 & 0.25 & 0.40 & 0.45 & 0.55 \\ 0 & 0.25 & 0.38 & 0.40 & 0.55 & 0.65 \end{pmatrix}$$

1 шаг: Все ресурсы распределяются в 1 отрасль

Номер шага распределения $nshag := 1$ $i := 0..n$

Варианты распределения в 1 отрасль $X1_i := X_i$ $x1T := X1^T$

$$x1T = (0 \ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5)$$

Функция дохода при данном распределении $f_i := C_{nshag-1,i}$ $fT := f^T$

$$fT = (0 \ 0.2 \ 0.3 \ 0.4 \ 0.5 \ 0.65)$$

Примечание: индекс массива начинается с нуля!

2 шаг: Ресурсы распределяются в 1 и 2 отрасли $nshag := 2$

Часть 2.1. ресурс 2 меняется от 0 до 1

$$k := X_1 \quad X12i_0 := 0 \quad X22i_0 := 0 \quad fii_0 := 0$$

$$j := 0..k \quad X12j := k - j \quad X22j := j$$

В имени матриц X первый индекс соответствует номер ресурса, второй – номеру шага

Матрица переборov для вариантов значений 2 ресурса от 0 до текущего значения X

$$M_j := C_{nshag-1,j} + f_{k-j} \quad X12 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad X22 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad M = \begin{pmatrix} 0.2 \\ 0.15 \end{pmatrix} \quad \max := \max(M) \quad \max = 0.2$$

Примечание: Определить индекс массива M, соответствующий максимальному элементу, в зависимости от конкретной задачи и ВВЕСТИ ЕГО! $jmax := 0$

$$X12i_k := X12_{jmax} \quad X22i_k := X22_{jmax} \quad X1Ti := X12i^T \quad X2Ti := X22i^T \quad fii_k := M_{jmax} \quad fiiT := fii^T$$

$$X1Ti = (0 \ 1)$$

$$X2Ti = (0 \ 0)$$

$$fiiT = (0 \ 0.2)$$

ОПТИМИЗИЦИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ПРОЦЕССОВ

Часть 2.2. ресурс 2 меняется от 0 до 2 _____

$$k := X_2$$

$$j := 0..k \quad X_{12j} := k - j \quad X_{22j} := j$$

В имени матриц X первый индекс соответствует номер ресурса, второй – номеру шага

Матрица переборов для вариантов значений 2 ресурса от 0 до текущего значения X

$$M_j := C_{nshag-1, j} + f_{ik-j} \quad X_{12} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad X_{22} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad M = \begin{pmatrix} 0.3 \\ 0.35 \\ 0.4 \end{pmatrix}$$

Примечание: Определить индекс массива M, соответствующий максимальному элементу, в зависимости от конкретной задачи и ВВЕСТИ ЕГО! $j_{max} := 2$

$$X_{12i_k} := X_{12j_{max}} \quad X_{22i_k} := X_{22j_{max}} \quad X_{1Ti} := X_{12i}^T \quad X_{2Ti} := X_{22i}^T \quad f_{ik} := M_{j_{max}} \quad f_{iT} := f_{i}^T$$

$$X_{1Ti} = (0 \ 1 \ 0) \quad X_{2Ti} = (0 \ 0 \ 2) \quad f_{iT} = (0 \ 0.2 \ 0.4)$$

Часть 2.3. ресурс 2 меняется от 0 до 3 _____

$$k := X_3$$

$$j := 0..k \quad X_{12j} := k - j \quad X_{22j} := j$$

В имени матриц X первый индекс соответствует номер ресурса, второй – номеру шага

Матрица переборов для вариантов значений 2 ресурса от 0 до текущего значения X

$$M_j := C_{nshag-1, j} + f_{ik-j} \quad X_{12} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad X_{22} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad M = \begin{pmatrix} 0.4 \\ 0.45 \\ 0.6 \\ 0.45 \end{pmatrix}$$

Примечание: Определить индекс массива M, соответствующий максимальному элементу, в зависимости от конкретной задачи и ВВЕСТИ ЕГО! $j_{max} := 2$

$$X_{12i_k} := X_{12j_{max}} \quad X_{22i_k} := X_{22j_{max}} \quad X_{1Ti} := X_{12i}^T \quad X_{2Ti} := X_{22i}^T \quad f_{ik} := M_{j_{max}} \quad f_{iT} := f_{i}^T$$

$$X_{1Ti} = (0 \ 1 \ 0 \ 1) \quad X_{2Ti} = (0 \ 0 \ 2 \ 2) \quad f_{iT} = (0 \ 0.2 \ 0.4 \ 0.6)$$

ОПТИМИЗИЦИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ПРОЦЕССОВ

Часть 2.4. ресурс 2 меняется от 0 до 4 _____

$$k := X_4$$

$$j := 0..k \quad X_{12j} := k - j \quad X_{22j} := j$$

В имени матриц X первый индекс соответствует номер ресурса, второй – номеру шага

Матрица переборov для вариантов значений 2 ресурса от 0 до текущего значения X

$$M_j := C_{nshag-1, j} + f_{ik-j} \quad X_{12} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad X_{22} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} \quad M = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.55 \\ 0.7 \\ 0.65 \\ 0.55 \end{pmatrix}$$

Примечание: Определить индекс массива M, соответствующий максимальному элементу, в зависимости от конкретной задачи и ВВЕСТИ ЕГО! jmax := 2

$$X_{12i_k} := X_{12j_{max}} \quad X_{22i_k} := X_{22j_{max}} \quad X_{1Ti} := X_{12i}^T \quad X_{2Ti} := X_{22i}^T \quad f_{ik} := M_{j_{max}} \quad f_{iT} := f_{ii}^T$$

$$X_{1Ti} = (0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 2)$$

$$X_{2Ti} = (0 \ 0 \ 2 \ 2 \ 2)$$

$$f_{iT} = (0 \ 0.2 \ 0.4 \ 0.6 \ 0.7)$$

ОПТИМИЗИЦИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ПРОЦЕССОВ

Часть 2.5. ресурс 2 меняется от 0 до 5 _____

$$k := X_5$$

$$j := 0..k \quad X_{12j} := k - j \quad X_{22j} := j$$

В имени матриц X первый индекс соответствует номер ресурса, второй – номеру шага

Матрица переборов для вариантов значений 2 ресурса от 0 до текущего значения X

$$M_j := C_{nshag-1,j} + f_{ik-j} \quad X_{12} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad X_{22} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} \quad M = \begin{pmatrix} 0.65 \\ 0.65 \\ 0.8 \\ 0.75 \\ 0.75 \\ 0.6 \end{pmatrix}$$

Примечание: Определить индекс массива M, соответствующий максимальному элементу, в зависимости от конкретной задачи и ВВЕСТИ ЕГО! jmax := 2

$$X_{12i_k} := X_{12_{jmax}} \quad X_{22i_k} := X_{22_{jmax}} \quad X_{1Ti} := X_{12i}^T \quad X_{2Ti} := X_{22i}^T \quad f_{ik} := M_{jmax} \quad f_{iT} := f_{ii}^T$$

$$\boxed{X_{1Ti} = (0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 2 \ 3)} \quad \boxed{X_{2Ti} = (0 \ 0 \ 2 \ 2 \ 2 \ 2)} \quad f_{iT} = (0 \ 0.2 \ 0.4 \ 0.6 \ 0.7 \ 0.8)$$

$$f_{i_j} := f_{ii_j}$$

ОПТИМИЗИЦИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ПРОЦЕССОВ

3 шаг: Ресурсы распределяются в 1, 2 и 3 отрасли $nshag := 3$

Часть 3.1. ресурс 3 меняется от 0 до 1

$$k := X_1 \quad X_{13i_0} := 0 \quad X_{23i_0} := 0 \quad X_{33i_0} := 0 \quad f_{ii_0} := 0$$

$$j := 0..k \quad X_{13j} := X_{12i_{k-j}} \quad X_{23j} := X_{22i_{k-j}} \quad X_{33j} := j$$

В имени матриц X первый индекс соответствует номер ресурса, второй – номеру шага

Матрица переборov для вариантов значений 2 ресурса от 0 до текущего значения X

$$MM_j := C_{nshag-1, j} + f_{k-j}$$

$$X_{13} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad X_{23} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad X_{33} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad MM = \begin{pmatrix} 0.2 \\ 0.15 \end{pmatrix}$$

Примечание: Определить индекс массива M, соответствующий максимальному элементу, в зависимости от конкретной задачи и ВВЕСТИ ЕГО! $j_{max} := 0$

$$X_{13i_k} := X_{13j_{max}} \quad X_{23i_k} := X_{23j_{max}} \quad X_{33i_k} := X_{33j_{max}} \quad f_{ii_k} := MM_{j_{max}}$$

$$X_{1Ti} := X_{13i}^T \quad X_{2Ti} := X_{23i}^T \quad X_{3Ti} := X_{33i}^T \quad f_{iT} := f_{ii}^T$$

$$X_{1Ti} = (0 \ 1)$$

$$X_{2Ti} = (0 \ 0)$$

$$X_{3Ti} = (0 \ 0)$$

$$f_{iT} = (0 \ 0.2)$$

Часть 3.2. ресурс 3 меняется от 0 до 2 _____

$$k := X_2$$

$$j := 0..k \quad X_{13j} := X_{12i_{k-j}} \quad X_{23j} := X_{22i_{k-j}} \quad X_{33j} := j$$

В имени матриц X первый индекс соответствует номер ресурса, второй – номер варианта

Матрица переборов для вариантов значений 2 ресурса от 0 до текущего значения X

$$MM_j := C_{nshag-1, j} + f_{k-j}$$

$$X_{13} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad X_{23} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad X_{33} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad MM = \begin{pmatrix} 0.4 \\ 0.35 \\ 0.25 \end{pmatrix}$$

Примечание: Определить индекс массива M, соответствующий максимальному элементу, в зависимости от конкретной задачи и ВВЕСТИ ЕГО!

$$X_{13i_k} := X_{13j_{max}}$$

$$X_{23i_k} := X_{23j_{max}}$$

$$X_{33i_k} := X_{33j_{max}}$$

$$f_{ii_k} := MM_{j_{max}}$$

$$X_{1Ti} := X_{13i}^T$$

$$X_{2Ti} := X_{23i}^T$$

$$X_{3Ti} := X_{33i}^T$$

$$f_{iT} := f_{ii}^T$$

$$X_{1Ti} = (0 \ 1 \ 0)$$

$$X_{2Ti} = (0 \ 0 \ 2)$$

$$X_{3Ti} = (0 \ 0 \ 0)$$

$$f_{iT} = (0 \ 0.2 \ 0.4)$$

ОПТИМИЗИЦИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ПРОЦЕССОВ

Часть 3.3. ресурс 3 меняется от 0 до 3 _____

$k := X_3$

$j := 0..k \quad X_{13j} := X_{12i_{k-j}} \quad X_{23j} := X_{22i_{k-j}} \quad X_{33j} := j$

В имени матриц X первый индекс соответствует номер ресурса, второй – номер варианта

Матрица переборов для вариантов значений 2 ресурса от 0 до текущего значения X

$MM_j := C_{nshag-1, j} + f_{ik-j}$

$$X_{13} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad X_{23} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad X_{33} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad MM = \begin{pmatrix} 0.6 \\ 0.55 \\ 0.45 \\ 0.4 \end{pmatrix}$$

Примечание: Определить индекс массива M, соответствующий максимальному элементу, в зависимости от конкретной задачи и ВВЕСТИ ЕГО!

$X_{13i_k} := X_{13j_{max}} \quad X_{23i_k} := X_{23j_{max}} \quad X_{33i_k} := X_{33j_{max}} \quad f_{ik} := MM_{j_{max}}$

$X_{1Ti} := X_{13i}^T \quad X_{2Ti} := X_{23i}^T \quad X_{3Ti} := X_{33i}^T \quad f_{iT} := f_{ik}^T$

$X_{1Ti} = (0 \ 1 \ 0 \ 1)$

$X_{2Ti} = (0 \ 0 \ 2 \ 2)$

$X_{3Ti} = (0 \ 0 \ 0 \ 0)$

$f_{iT} = (0 \ 0.2 \ 0.4 \ 0.6)$

ОПТИМИЗИЦИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ПРОЦЕССОВ

Часть 3.4. ресурс 3 меняется от 0 до 4 _____

$$k := X_4$$

$$j := 0..k \quad X_{13j} := X_{12i_{k-j}} \quad X_{23j} := X_{22i_{k-j}} \quad X_{33j} := j$$

В имени матриц X первый индекс соответствует номер ресурса, второй – номер ресурса

Матрица перебора для вариантов значений 2 ресурса от 0 до текущего значения X

$$MM_j := C_{nshag-1, j} + f_{ik-j}$$

$$X_{13} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad X_{23} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad X_{33} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} \quad MM = \begin{pmatrix} 0.7 \\ 0.75 \\ 0.65 \\ 0.6 \\ 0.45 \end{pmatrix}$$

Примечание: Определить индекс массива M, соответствующий максимальному элементу, в зависимости от конкретной задачи и ВВЕСТИ ЕГО!

$$X_{13i_k} := X_{13j_{max}} \quad X_{23i_k} := X_{23j_{max}} \quad X_{33i_k} := X_{33j_{max}} \quad f_{ii_k} := MM_{j_{max}}$$

$$X_{1Ti} := X_{13i}^T \quad X_{2Ti} := X_{23i}^T \quad X_{3Ti} := X_{33i}^T \quad f_{iT} := f_{ii}^T$$

$$X_{1Ti} = (0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1) \quad X_{2Ti} = (0 \ 0 \ 2 \ 2 \ 2) \quad X_{3Ti} = (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1) \quad f_{iT} = (0 \ 0.2 \ 0.4 \ 0.6 \ 0.75)$$

ОПТИМИЗИЦИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ПРОЦЕССОВ

Часть 3.5. ресурс 3 меняется от 0 до 5 _____

$$k := X_5$$

$$j := 0..k \quad X_{13j} := X_{12i_{k-j}} \quad X_{23j} := X_{22i_{k-j}} \quad X_{33j} := j$$

В имени матриц X первый индекс соответствует номер ресурса, второй – номер $f_{iii_0} := 0$ -а

Матрица переборов для вариантов значений 2 ресурса от 0 до текущего значения X

$$MM_j := C_{nshag-1, j} + f_{ik-j}$$

$$X_{13} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad X_{23} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad X_{33} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} \quad MM = \begin{pmatrix} 0.8 \\ 0.85 \\ 0.85 \\ 0.8 \\ 0.65 \\ 0.55 \end{pmatrix}$$

Примечание: Определить индекс массива M, соответствующий максимальному элементу, в зависимости от конкретной задачи и ВВЕСТИ ЕГО! jmax := 1

$$i_{13i_k} := X_{13j_{max}} \quad X_{23i_k} := X_{23j_{max}} \quad X_{33i_k} := X_{33j_{max}} \quad f_{iii_k} := MM_{j_{max}}$$

$$X_{1Ti} := X_{13i}^T \quad X_{2Ti} := X_{23i}^T \quad X_{3Ti} := X_{33i}^T \quad f_{iT} := f_{iii}^T$$

$$X_{1Ti} = (0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 2)$$

$$X_{2Ti} = (0 \ 0 \ 2 \ 2 \ 2 \ 2)$$

$$X_{3Ti} = (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1)$$

$$f_{iT} = (0 \ 0.2 \ 0.4 \ 0.6 \ 0.75 \ 0.85)$$

$$f_i := f_{iii}$$

ОПТИМИЗИЦИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ПРОЦЕССОВ

4 шаг: Ресурсы распределяются в 1, 2, 3 и 4 отрасли nshag := 4

Часть 4.1. ресурс 4 меняется от 0 до 1

$$\begin{aligned}
 k &:= X_1 & X_{14i_0} &:= 0 & X_{24i_0} &:= 0 & X_{34i_0} &:= 0 & X_{44i_0} &:= 0 & f_{iii_0} &:= 0 \\
 j &:= 0..k & X_{14j} &:= X_{13i_{k-j}} & X_{24j} &:= X_{23i_{k-j}} & X_{34j} &:= X_{33i_{k-j}} & X_{44j} &:= j
 \end{aligned}$$

В имени матриц X первый индекс соответствует номер ресурса, второй – номеру шага

Матрица переборов для вариантов значений 2 ресурса от 0 до текущего значения X

$$MMM_j := C_{nshag-1, j} + f_{ik-j}$$

$$X_{14} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad X_{24} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad X_{34} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad X_{44} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad MMM = \begin{pmatrix} 0.2 \\ 0.25 \end{pmatrix}$$

Примечание: Определить индекс массива M, соответствующий максимальному элементу, в зависимости от конкретной задачи и ВВЕСТИ ЕГО! jmax := 1

$$\zeta_{14i_k} := X_{14j_{max}} \quad X_{24i_k} := X_{24j_{max}} \quad X_{34i_k} := X_{34j_{max}} \quad X_{44i_k} := X_{44j_{max}}$$

$$X_{1Ti} := X_{14i}^T \quad X_{2Ti} := X_{24i}^T \quad X_{3Ti} := X_{34i}^T \quad X_{4Ti} := X_{44i}^T$$

$$X_{1Ti} = (0 \ 0)$$

$$X_{2Ti} = (0 \ 0)$$

$$X_{3Ti} = (0 \ 0)$$

$$X_{4Ti} = (0 \ 1)$$

$$f_{iii_k} := MMM_{j_{max}}$$

$$f_{iT} := f_{iii}^T$$

$$f_{iT} = (0 \ 0.25)$$

ОПТИМИЗИЦИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ПРОЦЕССОВ

Часть 4.2. ресурс 4 меняется от 0 до 2 _____

$$k := X_2$$

$$j := 0..k \quad X_{14j} := X_{13i_{k-j}} \quad X_{24j} := X_{23i_{k-j}} \quad X_{34j} := X_{33i_{k-j}} \quad X_{44j} := j$$

В имени матриц X первый индекс соответствует номер ресурса, второй – номеру шага

Матрица переборov для вариантов значений 2 ресурса от 0 до текущего значения X

$$MMM_j := C_{nshag-1, j} + f_{k-j}$$

$$X_{14} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad X_{24} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad X_{34} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad X_{44} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad MMM = \begin{pmatrix} 0.4 \\ 0.45 \\ 0.38 \end{pmatrix}$$

Примечание: Определить индекс массива M, соответствующий максимальному элементу, в зависимости от конкретной задачи и ВВЕСТИ ЕГО!

$j_{max} := 1$

$$X_{14i_k} := X_{14j_{max}}$$

$$X_{24i_k} := X_{24j_{max}}$$

$$X_{34i_k} := X_{34j_{max}}$$

$$X_{44i_k} := X_{44j_{max}}$$

$$X_{1Ti} := X_{14i}^T$$

$$X_{2Ti} := X_{24i}^T$$

$$X_{3Ti} := X_{34i}^T$$

$$X_{4Ti} := X_{44i}^T$$

$$X_{1Ti} = (0 \ 0 \ 1)$$

$$X_{2Ti} = (0 \ 0 \ 0)$$

$$X_{3Ti} = (0 \ 0 \ 0)$$

$$X_{4Ti} = (0 \ 1 \ 1)$$

$$f_{iii_k} := MMM_{j_{max}}$$

$$f_{iT} := f_{iii}^T$$

$$f_{iT} = (0 \ 0.25 \ 0.45)$$

ОПТИМИЗИЦИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ПРОЦЕССОВ

Часть 4.3. ресурс 4 меняется от 0 до 3 _____

$$k := X_3$$

$$j := 0..k \quad X_{14j} := X_{13i_{k-j}} \quad X_{24j} := X_{23i_{k-j}} \quad X_{34j} := X_{33i_{k-j}} \quad X_{44j} := j$$

В имени матриц X первый индекс соответствует номер ресурса, второй – номеру шага

Матрица переборов для вариантов значений 2 ресурса от 0 до текущего значения X

$$MMM_j := C_{nshag-1, j} + f_{i_{k-j}}$$

$$X_{14} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad X_{24} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad X_{34} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad X_{44} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad MMM = \begin{pmatrix} 0.6 \\ 0.65 \\ 0.58 \\ 0.4 \end{pmatrix}$$

Примечание: Определить индекс массива M, соответствующий максимальному элементу, в зависимости от конкретной задачи и ВВЕСТИ ЕГО!

jmax := 1

$$X_{14i_k} := X_{14j_{max}}$$

$$X_{24i_k} := X_{24j_{max}}$$

$$X_{34i_k} := X_{34j_{max}}$$

$$X_{44i_k} := X_{44j_{max}}$$

$$X_{1Ti} := X_{14i}^T$$

$$X_{2Ti} := X_{24i}^T$$

$$X_{3Ti} := X_{34i}^T$$

$$X_{4Ti} := X_{44i}^T$$

$$\boxed{X_{1Ti} = (0 \ 0 \ 1 \ 0)}$$

$$\boxed{X_{2Ti} = (0 \ 0 \ 0 \ 2)}$$

$$\boxed{X_{3Ti} = (0 \ 0 \ 0 \ 0)}$$

$$\boxed{X_{4Ti} = (0 \ 1 \ 1 \ 1)}$$

$$f_{iii_k} := MMM_{j_{max}}$$

$$f_{iT} := f_{iii}^T$$

$$\boxed{f_{iT} = (0 \ 0.25 \ 0.45 \ 0.65)}$$

ОПТИМИЗИЦИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ПРОЦЕССОВ

Часть 4.4. ресурс 4 меняется от 0 до 4 _____

$$k := X_4$$

$$j := 0..k \quad X_{14j} := X_{13i_{k-j}} \quad X_{24j} := X_{23i_{k-j}} \quad X_{34j} := X_{33i_{k-j}} \quad X_{44j} := j$$

В имени матриц X первый индекс соответствует номер ресурса, второй – номеру шага

Матрица переборов для вариантов значений 2 ресурса от 0 до текущего значения X

$$MMM_j := C_{nshag-1, j} + f_{ik-j}$$

$$X_{14} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad X_{24} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad X_{34} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad X_{44} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} \quad MMM = \begin{pmatrix} 0.75 \\ 0.85 \\ 0.78 \\ 0.6 \\ 0.55 \end{pmatrix}$$

Примечание: Определить индекс массива M, соответствующий максимальному элементу, в зависимости от конкретной задачи и ВВЕСТИ ЕГО!

$$j_{max} := 1$$

$$X_{14i_k} := X_{14j_{max}}$$

$$X_{24i_k} := X_{24j_{max}}$$

$$X_{34i_k} := X_{34j_{max}}$$

$$X_{44i_k} := X_{44j_{max}}$$

$$X_{1Ti} := X_{14i}^T$$

$$X_{2Ti} := X_{24i}^T$$

$$X_{3Ti} := X_{34i}^T$$

$$X_{4Ti} := X_{44i}^T$$

$$X_{1Ti} = (0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1)$$

$$X_{2Ti} = (0 \ 0 \ 0 \ 2 \ 2)$$

$$X_{3Ti} = (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)$$

$$X_{4Ti} = (0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1)$$

$$f_{iii_k} := MMM_{j_{max}}$$

$$f_{iiT} := f_{iii}^T$$

$$f_{iiT} = (0 \ 0.25 \ 0.45 \ 0.65 \ 0.85)$$

ОПТИМИЗИЦИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ПРОЦЕССОВ

Часть 4.5. ресурс 4 меняется от 0 до 5 _____

$$k := X_5$$

$$j := 0..k \quad X_{14j} := X_{13i_{k-j}} \quad X_{24j} := X_{23i_{k-j}} \quad X_{34j} := X_{33i_{k-j}} \quad X_{44j} := j$$

В имени матриц X первый индекс соответствует номер ресурса, второй – номеру шага

Матрица переборов для вариантов значений 2 ресурса от 0 до текущего значения X

$$MMM_j := C_{nshag-1, j} + f_{ik}$$

$$X_{14} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad X_{24} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad X_{34} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad X_{44} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} \quad MMM = \begin{pmatrix} 0.85 \\ 1 \\ 0.98 \\ 0.8 \\ 0.75 \\ 0.65 \end{pmatrix}$$

Примечание: Определить индекс массива M, соответствующий максимальному элементу, в зависимости от конкретной задачи и ВВЕСТИ ЕГО! jmax := 2

$$X_{14i_k} := X_{14j_{max}}$$

$$X_{24i_k} := X_{24j_{max}}$$

$$X_{34i_k} := X_{34j_{max}}$$

$$X_{44i_k} := X_{44j_{max}}$$

$$X_{1Ti} := X_{14i}^T$$

$$X_{2Ti} := X_{24i}^T$$

$$X_{3Ti} := X_{34i}^T$$

$$X_{4Ti} := X_{44i}^T$$

Ответ: Матрицы значений каждого ресурса X1, X2, X3, X4 для каждого значения распределяемого ресурса

$$X_{1Ti} = (0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1) \quad X_{2Ti} = (0 \ 0 \ 0 \ 2 \ 2 \ 2) \quad X_{3Ti} = (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0) \quad X_{4Ti} = (0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 2)$$

Ответ: Матрица значений доходов f_{ii} от использования каждого ресурса X1, X2, X3, X4 для каждого значения распределяемого ресурса

$$f_{iii_k} := MMM_{j_{max}}$$

$$f_{iT} := f_{iii}^T$$

$$f_{iT} = (0 \ 0.25 \ 0.45 \ 0.65 \ 0.85 \ 0.98)$$

Интерпретация результатов

1. Ресурсы в размере 1 млн. руб. необходимо распределить в 4 отрасль. При этом доход составит: 0,25 млн. рублей ($0,25 \times 1$).
2. Ресурсы в размере 2 млн. руб. необходимо распределить по 1 млн. рублей соответственно в 1 и 4 отрасль. При этом доход составит: 0,9 млн. рублей ($0,45 \times 2$).
3. Ресурсы в размере 3 млн. руб. необходимо распределить: 2 млн. рублей во 2 отрасль и 1 млн. руб. в 4 отрасль. При этом доход составит: 1,95 млн. рублей ($0,65 \times 3$).
4. Ресурсы в размере 4 млн. руб. необходимо распределить: 1 млн. руб. в 1 отрасль, 2 млн. рублей во 2 отрасль и 1 млн. руб. в 4 отрасль. При этом доход составит: 3,4 млн. рублей ($0,85 \times 4$).
5. Ресурсы в размере 5 млн. руб. необходимо распределить: 1 млн. руб. в 1 отрасль, 2 млн. рублей во 2 отрасль и 2 млн. руб. в 4 отрасль. При этом доход составит: 4,9 млн. рублей ($0,98 \times 5$).
6. Нерентабельной является 3 отрасль, куда нецелесообразно распределять ресурсы.



ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе отражены основы построения и исследования теоретико-игровых и оптимизационных моделей управления организационными системами. Изложены модели управления организационными системами. Изложены дальнейшее освоения и развития теоретических моделей, так и их детализации и конкретизации с учетом специфики объектов, форм и организаций, совершенствованием которых занимаются исследователи-прикладники.

Список использованных источников

1. Калихман И.Л., Войтенко М.А. **Динамическое программирование в примерах и задачах**. М.: Высшая школа, 1979.
2. Акуич И.Л. **Математическое программирование в примерах и задачах**. М.: Высшая школа, 1986.
3. Калихман И.Л. **Сборник задач по математическому программированию**. М.: Высшая школа, 1975.
4. Качала В.В. **Основы теории систем и системного анализа**. Учебное пособие для вузов. М.: Горячая линия – Телеком, 2007. 216 с.
5. Анфилатов В.С., Емельянов А.А., Кукушкин А.А. **Системный анализ в управлении**. - М.: Финансы и статистика, 2003. - 368 с.
6. **Общая теория систем** /Иванов А.М., Петров В.П., Сидоров И.С., Козлов К.А. - СПб.: Научная мысль, 2005. - 480.
7. Антонов А.В. **Системный анализ**. Учебник для вузов. М.: Высшая школа, 2004.
8. Акиньшина Л.В., Шейкер Т.Д. **Современные информационные технологии в обучении**: Учеб. пособие. – Ч. 1. – Владивосток: Изд-во ДВГТУ, 2004.– 211 с.
9. Куцый Н.Н. **Математические методы системного анализа и теория принятия решений**: Пособие по курсовой работе. – Иркутск, изд-во Иркутск. Гос. технич. ун-та, 2008. – 79 с.
10. Шипачев В. С. **Высшая математика**. Базовый курс [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В. С. Шипачев ; под ред. А. Н. Тихонова, 2011. - 1 эл. опт. диск (CD-ROM)
11. Лаврушина Е.Г., Слугина Н.Л. **ТЕОРИЯ СИСТЕМ И СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ**: Практикум. – Владивосток: Изд-во ВГУЭС, 2007. – 100 с